

令和5年度一般選抜
個別学力試験問題(前期日程)

数 学

医学部・医学科
総合理工学部
材料エネルギー学部

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は医学部・医学科、総合理工学部数理科学学科受験生は4枚、総合理工学部(数理科学学科を除く)、材料エネルギー学部受験生は3枚です。指示があってから確認し、解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 医学部・医学科、総合理工学部数理科学学科受験生は **1**、**2**、**3**、**4** の問題を、総合理工学部(数理科学学科を除く)、材料エネルギー学部受験生は **1**、**2**、**3** の問題を解答してください。
4. 解答はすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
5. 解答用紙の裏面を使ってはいけません。
6. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
7. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
8. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

□1 $\triangle OAB$ において、 $OA = 2$ 、 $OB = 1$ 、 $\angle OBA = 90^\circ$ とする。また、 $0 < t < 1$ とし、 OA を $t : 1 - t$ に内分する点を P 、 OB の中点を Q とする。 AQ と BP の交点を C 、 $\angle COQ = \theta$ とするとき、次の問いに答えよ。

(1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を求めよ。

(2) $\cos \theta$ を t を用いて表せ。

(3) a を実数の定数とする。このとき、 $\frac{1}{\cos^2 \theta} - 6at = 0$ をみたす t が、 $\frac{1}{3} < t < \frac{2}{3}$ の範囲に 2 つ存在するような a の値の範囲を求めよ。

□2 次の問いに答えよ。

(1) 和 $A_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} = 1 + (-1) + \cdots + (-1)^{n-1}$ を求めよ。

(2) 和 $S_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} k = 1 + (-1)2 + \cdots + (-1)^{n-1} n$ を求めよ。

(3) 和 $C_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k = \frac{1}{n} (S_1 + S_2 + \cdots + S_n)$ を求めよ。

3 関数 $f(x) = -\log(3 - 2^{-x}) + x \log 2$ について、次の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の定義域を求めよ。
- (2) 方程式 $f(x) = 0$ の解を求めよ。
- (3) $f(x)$ の最小値が $-2 \log \frac{3}{2}$ となることを示せ。

4 a を実数の定数, n を自然数とし, 関数 $f(x)$ を $f(x) = 1 - ax^n$ と定める。次の問いに答えよ。

- (1) $\frac{n+5}{n+2} \leq 2$ を示せ。
- (2) $\int_0^1 xf(x)dx \leq \frac{2}{3} \left(\int_0^1 f(x)dx \right)^2$ を示せ。
- (3) (2) の不等式において, 等号が成立するときの a と n の値を求めよ。