

令和5年度一般選抜  
個別学力試験問題(前期日程)

数 学

[人間科学部]  
[生物資源科学部]

注 意

1. 問題紙は指示があるまで開いてはいけません。
2. 問題紙は2ページ、解答用紙は3枚です。指示があってから確認し、  
解答用紙の所定の欄に受験番号を記入してください。
3. 解答はすべて解答用紙の所定のところに記入してください。
4. 解答用紙の裏面を使ってはいけません。
5. 各問題とも必ず解答の過程を書き、結論を明示してください。  
小問に分けられているときは、小問の結論を明示してください。
6. 解答用紙は持ち帰ってはいけません。
7. 試験終了後、問題紙は持ち帰ってください。

1 次の問いに答えよ。

- (1) 方程式  $3x - 2y = 1$  の整数解  $(x, y)$  を一つ求めよ。
- (2) 方程式  $3x - 2y = 1$  のすべての整数解  $(x, y)$  を整数  $m$  を用いて表せ。
- (3)  $z^2 - z$  が 6 で割り切れるようなすべての奇数  $z$  を整数  $n$  を用いて表せ。

2  $n$  を自然数とする。放物線  $y = x^2$  と直線  $y = \frac{1}{2^{n-1}}x$  との交点のうち、原点でないものを  $P_n$  とする。2 直線  $y = \frac{1}{2^{n-1}}x$ ,  $y = \frac{1}{2^n}x$  および放物線  $y = x^2$  で囲まれた図形の面積を  $S_n$  とするとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点  $P_n$  の座標を求めよ。
- (2)  $S_n = \frac{7}{6 \cdot 8^n}$  となることを示せ。
- (3)  $\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \cdots + \frac{1}{S_n} \geq \frac{48}{49} \cdot 10^{15}$  となる最小の  $n$  を求めよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$  とする。

3 中心が  $O$ 、半径が  $1$  の円の円周上に点  $A$ 、 $B$  がある。 $\angle AOB = \alpha$  とおく。ただし、 $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  とする。扇形  $OAB$  に内接する長方形  $CDEF$  を考える。ここで、点  $C$  は線分  $OB$  上にあり、点  $D$  と点  $E$  は線分  $OA$  上にあり、点  $F$  は弧  $AB$  上にある。 $\angle AOF = \theta$  とおく。次の問いに答えよ。

(1) 線分  $CD$  の長さを  $\theta$  を用いて表せ。また、線分  $DE$  の長さを  $\alpha$  と  $\theta$  を用いて表せ。

(2) 長方形  $CDEF$  の面積が

$$\frac{1}{2 \sin \alpha} \cos(2\theta - \alpha) - \frac{\cos \alpha}{2 \sin \alpha}$$

と表されることを示せ。

(3)  $\alpha$  を固定したまま  $\theta$  を  $0 < \theta < \alpha$  の範囲で動かすとき、(2) の面積が最大になるような  $\theta$  の値とそのときの面積を  $\alpha$  を用いて表せ。